Übung: Quadratische Pyramide

Eine quadratische Pyramide hat Grundkanten mit der Länge $a = 20\,cm$ und eine Höhe von $h = 30\,cm$.

1. Aufgabe

Die Pyramide wird durch einen Schnitt parallel zur Grundfläche im Abstand von $18\,cm$ (ausgehend von der Grundfläche) geteilt:

1) Skizziere die quadratische Pyramide im **Schrägbild** und beschrifte sie.
2) Berechne das Volumen V_P der abgetrennten Pyramide (**Strahlensätze** anwenden).

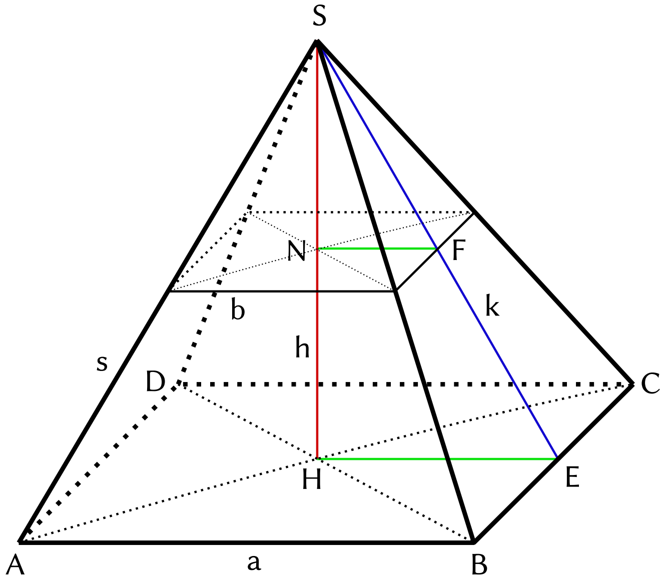
2. Aufgabe

Die Pyramide soll durch einen Schnitt parallel zur Grundfläche so geteilt werden, dass die Höhe h halbiert wird:

1) Berechne das Volumen V_P der abgetrennten Pyramide (**Strahlensätze** anwenden).
2) Berechne das Volumen V_R des Restkörpers (Pyramidenstumpf).
3) Rechne die Ergebnisse in dm^3 um.
4) Ermittle, wie viel Prozent das Volumen V_R des Pyramidenstumpfes vom Volumen V_{ges} der gesamten Pyramide ausmacht.

Lösung

1. Aufgabe



$$\frac{\overline{\mathrm{SH}}}{\overline{\overline{\mathrm{HE}}}} = \frac{\overline{\mathrm{SN}}}{\overline{\overline{\mathrm{NF}}}} \rightarrow \frac{\overline{\mathrm{HE}}}{\overline{\overline{\mathrm{SH}}}} = \frac{\overline{\mathrm{NF}}}{\overline{\overline{\mathrm{SN}}}} \rightarrow \overline{\mathbf{NF}} = \frac{\overline{\mathbf{HE}} \cdot \overline{\mathbf{SN}}}{\overline{\mathbf{SH}}}$$

$$\overline{\mathrm{NF}} = \frac{10 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} = 4\ cm$$

$$b = 2 \cdot \overline{\mathrm{NF}} = 2 \cdot 4\ cm = 8\ cm$$

$$V_P = \frac{A_G \cdot h}{3} = \frac{b^2 \cdot h}{3}$$

$$V_P = \frac{64\ cm^2 \cdot 12\ cm}{3} = \underline{\underline{\mathbf{256}\ \boldsymbol{cm}^3}}$$

2. Aufgabe

$$\overline{\mathrm{NF}} = \frac{10 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} = 5\ cm$$

$$b = 2 \cdot \overline{\mathrm{NF}} = 2 \cdot 5\ cm = 10\ cm$$

$$V_P = \frac{A_G \cdot h}{3} = \frac{b^2 \cdot h}{3}$$

$$V_P = \frac{100\ cm^2 \cdot 15\ cm}{3} = 500\ cm^3 = \underline{\underline{\mathbf{0,5}\ \boldsymbol{dm}^3}}$$

$$V_{ges} = \frac{A_G \cdot h}{3} = \frac{a^2 \cdot h}{3}$$

$$V_{ges} = \frac{400\ cm^2 \cdot 30\ cm}{3} = 4000\ cm^3 = 4\ dm^3$$

$$V_R = V_{ges} - V_P = 4\ cm^3 - 0{,}5\ cm^3 = \underline{\underline{\mathbf{3,5}\ \boldsymbol{dm}^3}}$$

$$p = \frac{V_R}{V_{ges}} \cdot 100\% = \frac{3{,}5\ dm^3}{4{,}0\ dm^3} \cdot 100\% = \underline{\underline{\mathbf{87,5}\ \%}}$$